

Nouvelle Calédonie 11/2005 Exercice III. DATATION DES SEISMES EN CALIFORNIE
Correction © <http://labolycee.org>

1. Radioactivité naturelle du carbone

1.1. $^{12}_6\text{C}$: $Z = 6$ donc **6 protons** ; $A = 12$ donc **6 neutrons** ($A - Z$)

$^{14}_6\text{C}$: **6 protons** et **8 neutrons**.

1.2. Deux noyaux sont isotopes s'ils possèdent le même nombre de protons (donc le même numéro atomique Z) mais un nombre de neutrons différent (et donc des nombres A de nucléons différents). Les noyaux $^{12}_6\text{C}$ et le $^{14}_6\text{C}$ répondent à cette définition.

1.3. Le carbone ^{14}C est un noyau radioactif émetteur β^- , il y a donc libération d'un **électron** lors de sa désintégration : $^{14}_6\text{C} \rightarrow ^{14}_7\text{N} + ^0_{-1}\text{e}$.

On trouve le noyau d'azote en appliquant les **lois de conservation** (conservation de la charge électrique et conservation du nombre de nucléons).

1.4. $E_\ell(^{14}\text{C}) = \Delta m \cdot c^2$ où $\Delta m > 0$ représente le défaut de masse du noyau

$$E_\ell(^{14}\text{C}) = \{Z \cdot m_p + (A - Z) \cdot m_n - m(^{14}_6\text{C})\} \cdot c^2$$

$$E_\ell(^{14}\text{C}) = \{6 \times 1,672\,621 \times 10^{-27} + 8 \times 1,674\,927 \times 10^{-27} - 2,325\,84 \times 10^{-26}\} \times (2,998 \times 10^8)^2$$

$$E_\ell(^{14}\text{C}) = \mathbf{1,589 \times 10^{-11} \text{ J}}$$

$$\mathbf{1.5.} \quad E_\ell(^{14}\text{C}) / A = \frac{1,589 \times 10^{-11}}{14} = \mathbf{1,135 \times 10^{-12} \text{ J/nucléon}}$$

1.6. Énergie libérée par la réaction du 1.3. : $^{14}_6\text{C} \rightarrow ^{14}_7\text{N} + ^0_{-1}\text{e}$

$$E_{\text{libérée}} = (m_e + m(^{14}\text{N}) - m(^{14}\text{C})) \cdot c^2$$

$$E_{\text{libérée}} = (9,109\,381 \times 10^{-31} + 2,325\,27 \times 10^{-26} - 2,325\,84 \times 10^{-26}) \times (2,998 \times 10^8)^2$$

$$E_{\text{libérée}} = \mathbf{-4,304 \times 10^{-13} \text{ J}}$$

Le milieu extérieur reçoit donc une énergie de $4,304 \times 10^{-13} \text{ J}$.

Remarque:

Il ne faut pas calculer l'énergie de liaison de ^{14}N et faire ensuite la variation des énergies de liaison. (la réaction nucléaire n'est pas une fusion, ni une fission)

Voir le fichier <http://labolycee.org/2005/2005-11-NelleCaledonie-Exo3-Remarque.doc>

ou <http://labolycee.org/2005/2005-11-NelleCaledonie-Exo3-Remarque.pdf>

2. Datation par le carbone ^{14}C

2.1. $N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$

2.2.1. Le temps de demi-vie d'un échantillon radioactif est la **durée** au bout de laquelle la moitié des noyaux **initialement présents** se sont désintégrés.

2.2.2. Par définition à $t = t_{1/2}$, on a $N(t_{1/2}) = N_0/2$

En utilisant la loi de décroissance radioactive on a $N(t_{1/2}) = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t_{1/2}} = N_0/2$

en simplifiant par N_0 :
$$e^{-\lambda \cdot t_{1/2}} = \frac{1}{2}$$

on élimine l'exponentielle en passant au logarithme népérien:
$$-\lambda \cdot t_{1/2} = \ln \frac{1}{2}$$

en utilisant la propriété du logarithme $\ln \frac{a}{b} = \ln a - \ln b$, et sachant que $\ln 1 = 0$, on obtient $-\lambda \cdot t_{1/2} = -\ln 2$

soit finalement
$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

2.2.3.
$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} \quad \lambda = \frac{\ln 2}{5,70 \times 10^3} = 1,22 \times 10^{-4} \text{ an}^{-1}$$

2.3.1. L'activité correspond au nombre de désintégrations par seconde, elle s'exprime en becquerel (Bq).

2.3.2.
$$\frac{A(t)}{A_0} = \frac{\lambda \times N(t)}{\lambda \times N_0} = \frac{N(t)}{N_0}$$

D'autre part $N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$ soit $\frac{N(t)}{N_0} = e^{-\lambda \cdot t}$

D'où $\frac{A(t)}{A_0} = \frac{N(t)}{N_0} = e^{-\lambda \cdot t}$

3. La faille de San Andreas

3.1. $\frac{A(t)}{A_0} = e^{-\lambda \cdot t}$ soit $\ln \frac{A(t)}{A_0} = \ln(e^{-\lambda \cdot t}) = -\lambda \cdot t$ Soit $\ln \frac{A_0}{A(t)} = \lambda \cdot t$

D'où $t_3 = \frac{1}{\lambda} \cdot \ln \frac{A_0}{A(t_3)}$

$t_3 = \frac{1}{1,22 \times 10^{-4}} \ln \frac{0,255}{0,223} = 1099 \text{ ans}$

ou $t_3 = \frac{t_{1/2}}{\ln 2} \cdot \ln \frac{A_0}{A(t_3)} \quad + \text{ rigoureux}$
 $t_3 = \frac{5,70 \times 10^3}{\ln 2} \times \ln \frac{0,255}{0,223} = 1103 \text{ ans}$

donc ne conservons que trois chiffres significatifs $t_3 = 1,10 \times 10^3 \text{ ans}$

3.2. L'année au cours de laquelle a eu lieu le séisme correspond à $1989 - 1,10 \times 10^3 = 8,90 \times 10^2$.

Le séisme a eu lieu environ en l'an 890. Cette méthode de datation ne permet pas de donner une date précise à un an près.

3.3. Plus l'échantillon est ancien et plus son activité est faible. Donc l'échantillon 2, d'activité plus faible, correspond à l'an 586 et l'échantillon 1 correspond à l'an 1247.