Chapitre 16. **Écoulement d'un fluide**

EXERCICES

26 Ascension de Félix Baumgartner

En 2012, Félix Baumgartner s'est élevé à près de 40 km d'altitude grâce à un ballon déformable gigantesque.

Données :
- *Volume d'hélium utilisé au sol : 5 100 m^3 (soit près du double du volume nécessaire pour la sustentation[1]).*
- *Masse totale (équipage, ballon et hélium) : environ 3 tonnes.*

$\rho_{troposphère} = 1{,}2\ kg \cdot m^{-3}$; $g = 9{,}81\ N \cdot kg^{-1}$ au niveau du sol.

(1) Sustentation : état d'un corps maintenu au-dessus d'une surface, sans contact avec celle-ci.

1. a. Expliquer qualitativement l'origine de l'action responsable de l'ascension du ballon.
b. Illustrer par un schéma, sans souci d'échelle mais cohérent avec la situation, les forces modélisant les actions qui s'exercent sur le système (ballon + équipage) juste après le décollage, en négligeant les frottements.

2. Vérifier par un calcul que :
a. le ballon peut décoller ;
b. un volume initial d'hélium de 5 100 m^3 correspond bien au « double du nécessaire pour la sustentation ».

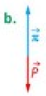
LES CLÉS DE L'ÉNONCÉ
- Les données indiquent la masse totale du système à prendre en compte.
- L'énoncé définit l'état de sustentation.

LES VERBES D'ACTION
- **Expliquer qualitativement :** donner une justification à une observation ou une affirmation sans faire de calcul.
- **Illustrer :** dessiner symboliquement des notions.
- **Vérifier :** Effectuer un raisonnement logique pour confirmer un résultat.

EXEMPLE DE RÉDACTION

1. a. La densité de l'air diminuant avec l'altitude, l'action de l'air sur le ballon est plus intense sur le bas de l'enveloppe que sur le haut. Il en résulte une **action mécanique modélisée par une force verticale et dirigée vers le haut** : la poussée d'Archimède $\vec{\pi}$.

b.



2. a. Le ballon peut décoller si la poussée d'Archimède prédomine sur la force poids : $P = m_{système} \cdot g$ et $\pi = \rho_{air} \cdot V_{ballon} \cdot g$

AN : $P = 3 \times 10^3 \times 9{,}81 = 2{,}94 \times 10^4\ N \approx \mathbf{3 \times 10^4\ N}$
et $\pi = 1{,}2 \times 5\ 100 \times 9{,}81 = \mathbf{6{,}1 \times 10^4\ N}$.
On constate que $\pi > P$, ainsi **le ballon peut décoller**.

b. En sustentation, le ballon est immobile et les actions se compensent :

$$\pi = P \text{ donc } \rho_{air} \cdot V_{ballon} \cdot g = m_{système} \cdot g \text{ soit } V_{ballon} = \frac{m_{système}}{\rho_{air}}.$$

AN : $V_{ballon} = \dfrac{3 \times 10^3}{1{,}2} = \mathbf{2\ 500\ m^3}$, valeur près de deux fois plus faible que 5 100 m^3.

QUELQUES CONSEILS

1. b. Penser que la nature d'un mouvement informe sur les forces exercées.

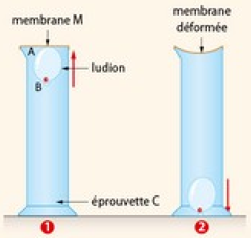
2. a. La masse du système est donnée en tonnes et avec un seul chiffre significatif.
b. Simplifier l'expression littérale du volume V_{ballon} du ballon donne accès à un calcul simple.

EXERCICE SIMILAIRE

27 Le ludion

Un ludion est réalisé à l'aide d'une bille (B) de volume V_B, placée dans un ballon de baudruche (A) fermé et imperméable, renfermant de l'air de volume variable V_A. Placé dans une éprouvette (C), remplie d'eau et fermée par une membrane souple (M), il est en équilibre à la surface de l'eau ❶. Lorsque l'on appuie sur la membrane, la pression de l'eau sur l'air enfermé dans le ludion augmente : il tombe au fond de l'éprouvette ❷.

***Données :** masse du ludion $m_L = 6{,}8\ g$; $V_B = 1{,}8\ cm^3$; $\rho_{eau} = 1\ 000\ kg \cdot m^{-3}$; $g = 9{,}8\ m \cdot s^{-2}$.*
L'eau est supposée incompressible.

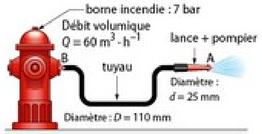


1. a. Établir l'expression littérale du volume d'air V_A dans le ballon en fonction de m_L, ρ_{eau} et V_B lorsque le ludion est en équilibre.
b. Calculer sa valeur.

2. a. Indiquer comment évolue le volume d'air contenu dans le ludion après compression de la membrane.
b. Expliquer alors qualitativement que le ludion entame un mouvement vertical vers le bas. Illustrer la situation par un schéma, sans souci d'échelle mais avec cohérence.

28 Lance à incendie

On considère la situation représentée par le schéma ci-contre.



***Données :** $P_{atm} = 1\ 013\ hPa$;*
$\rho_{eau} = 1\ 000\ kg \cdot m^{-3}$; relation de Bernoulli :
$P + \frac{1}{2}\rho \cdot v^2 + \rho \cdot g \cdot z = constante$.

1. a. Calculer, à partir du débit volumique, la valeur de la vitesse v_B de l'eau à la sortie de la borne incendie.
b. Appliquer la conservation du débit volumique à l'écoulement pour la vitesse v_A de l'eau éjectée en sortie de lance.

2. a. Appliquer la relation de Bernoulli entre les points A et B situés sur une même ligne de courant.
b. En déduire la valeur de la pression P_B de l'eau à la sortie de la borne et la **comparer** à celle de l'énoncé.

LES CLÉS DE L'ÉNONCÉ
- La valeur du débit volumique est précisée dans l'énoncé.
- Les données fournissent la relation de Bernoulli dans le cas général d'un écoulement permanent.

LES VERBES D'ACTION
- **Appliquer :** adapter une relation, une notion à une situation particulière en tenant compte des informations fournies.
- **En déduire :** intégrer le ou les résultats précédents pour répondre.
- **Comparer :** mettre en regard deux résultats pour en identifier les différences ou les similitudes.

EXEMPLE DE RÉDACTION

1. a. $Q = 60\ m^3 \cdot h^{-1} = 1{,}7 \times 10^{-2}\ m^3 \cdot s^{-1}$ et $S_B = \pi \cdot \dfrac{0{,}110^2}{4} = 9{,}5 \times 10^{-3}\ m^2$.

$Q = v_B \cdot S_B$ soit $v_B = \dfrac{Q}{S_B}$. AN : $v_B = \dfrac{1{,}7 \times 10^{-2}}{9{,}5 \times 10^{-3}} = \mathbf{1{,}8\ m \cdot s^{-1}}$.

b. $v_A \cdot S_A = v_B \cdot S_B$ soit $v_A = v_B \cdot \dfrac{S_B}{S_A}$. AN : $v_A = 1{,}8 \times \dfrac{9{,}5 \times 10^{-3}}{\pi \cdot \dfrac{0{,}025^2}{4}} = \mathbf{35\ m \cdot s^{-1}}$.

2. a. $P_B + \frac{1}{2}\rho \cdot v_B^2 + \rho \cdot g \cdot z_B = P_A + \frac{1}{2}\rho \cdot v_A^2 + \rho \cdot g \cdot z_A$.

$P_A = P_{atm}$ et $z_B = z_A$ donc la relation de Bernoulli s'écrit :

$$P_B + \frac{1}{2}\rho_{eau} \cdot v_B^2 = P_{atm} + \frac{1}{2}\rho_{eau} \cdot v_A^2$$

b. $P_B = P_{atm} + \frac{1}{2}\rho_{eau} \cdot (v_A^2 - v_B^2)$

AN : $P_B = 1{,}013 \times 10^5 + \frac{1}{2} \times 1\,000 \times (35^2 - 1{,}8^2) = \mathbf{7{,}1 \times 10^5\ Pa \approx 7\ bar}$

QUELQUES CONSEILS

1. b. Penser à convertir le débit volumique en m$^3 \cdot s^{-1}$ et le diamètre en m. La formule de l'aire d'un disque est indispensable.

2. a. Identifier dans l'énoncé les informations permettant de simplifier la relation de Bernoulli.

2. b. Utiliser les bonnes unités et s'assurer du résultat en réalisant deux fois le calcul.

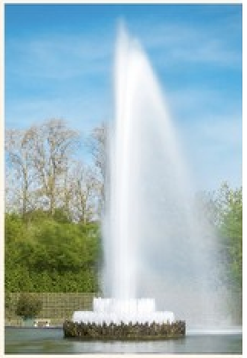
EXERCICE SIMILAIRE

29 Fontaine à eau

La tuyère d'une fontaine à eau est alimentée par une pompe assurant un débit d'un mètre cube par minute. Le diamètre de la canalisation d'alimentation est de 80 mm et celui de l'orifice de la tuyère est de 25 mm. Orientée verticalement, le jet d'eau expulsé atteint une hauteur h.

***Données :** à la sortie de la tuyère, l'eau éjectée est en contact avec de l'air à la pression atmosphérique, $P_{atm} = 1\ 013\ hPa$; $g = 9{,}8\ m \cdot s^{-2}$;*

relation de Bernoulli : $P + \frac{1}{2}\rho \cdot v^2 + \rho \cdot g \cdot z = constante$.



1. a. Calculer la valeur de la vitesse v_A d'éjection de l'eau à la sortie de la tuyère. Expliquer qualitativement pourquoi cette valeur est supérieure à celle de l'eau dans la canalisation.
b. Quelle est la valeur de la pression et de la vitesse de l'eau au sommet du jet ?

2. a. Appliquer la relation de Bernoulli entre un point de l'orifice de la tuyère et un point du sommet du jet situés tous deux sur une même ligne de courant.
b. En déduire l'expression littérale de la hauteur h du jet d'eau en fonction de v_A et g puis calculer sa valeur.
c. Pourquoi la hauteur réelle du jet est plus faible que la valeur calculée ?
d. Quelle modification de la tuyère permettrait d'augmenter la hauteur du jet ?

CORRECTION Exercice 27

28 **1. a.** Lorsque le ludion est en équilibre, son poids et la poussée d'Archimède se compensent :

$m_L \cdot g = \rho_{eau} \cdot (V_A - V_B) \cdot g$

soit $V_A = \dfrac{m_L}{\rho_{eau}} - V_B$ **b.** $V_A = 5{,}0\ cm^3$.

2. a. V_A d'air dans le ludion diminue.

b. Si V_A diminue alors π diminue et devient inférieure au poids du ludion qui descend.

CORRECTION Exercice 29

29 **1. a.** $v = Q/S \cdot$ AN : $v_A = 3{,}4 \times 10^1\ m \cdot s^{-1}$.

$Q_A = Q_B$ soit $v_A = \dfrac{v_B \cdot S_B}{S_A}$. $S_B > S_A$ alors $v_A > v_B$.

b. Au sommet du jet, $P_{eau} = P_{atm} = 10^{13}$ hPa et $v_{eau} = 0\ m \cdot s^{-1}$.

2. a. $P_A + \dfrac{1}{2}\rho \cdot v_A^2 + \rho \cdot g \cdot z_A$ $= P_S + \dfrac{1}{2}\rho \cdot v_S^2 + \rho \cdot g \cdot z_S$ (S : point situé au sommet du jet).

b. Soit $z_A = 0$ m.

De plus $v_S = 0\ m \cdot s^{-1}$, $P_S = P_{atm}$, $P_A = P_{atm}$ et $z_S = h$

$P_{atm} + \dfrac{1}{2}\rho \cdot v_A^2 = P_{atm} + \rho \cdot g \cdot h$

donc $h = \dfrac{v_A^2}{2 \cdot g}$. AN : $h = 5{,}9 \times 10^1 m$

c. La valeur est calculée en négligeant les frottements de l'air sur le jet d'eau.

d. h augmente si v_A augmente. Il faut réduire le diamètre de la tuyère pour augmenter la vitesse d'éjection de l'eau .