Mouvement et interactions

Chapitre 17. **Mouvement dans un champ de gravitation** 1/2

ACQUIS INDISPENSABLES

1- Le **référentiel géocentrique** a comme origine le centre de la Terre, le **référentiel héliocentrique** a comme origine le centre du Soleil. Tous les deux ont leurs trois axes pointant vers des étoiles assez lointaines pour être considérées comme fixes.

2- La **force d'interaction gravitationnelle** $\vec{F}$ s'exprime en fonction des **masses** m_A et m_B (en kg) de deux objets A et B en interaction, de la **distance d** (en m) entre ces deux objets et de la constante universelle de gravitation **G** = 6,67.10⁻¹¹ N.m².kg⁻².

$$\overrightarrow{F_{A/B}} = -\overrightarrow{F_{B/A}} = -G \times \frac{m_A \times m_B}{d^2} \times \overrightarrow{u_{AB}}$$

Cette force s'exerce au **centre de gravité** de l'objet.

3- La **deuxième loi de Newton** dit que pour un système de masse constante, dans un référentiel galiléen, la **somme** vectorielle (résultante) des **forces** $\sum \vec{F}$ qui s'applique sur le système est égale au produit de la **masse m** de ce système par l'**accélération** $\vec{a_G}$ du centre de masse du système :

$$\sum \overrightarrow{F_{ext/sys}} = m\,\vec{a_G}$$

4- Le **repère de Frenet** est décrit par deux vecteurs se définissant en chaque point de la trajectoire.
Pour un mouvement circulaire de **rayon R** et de **vitesse** $\vec{v}$:

$$\vec{a} = \frac{dv}{dt}\,\vec{\tau} + \frac{v^2}{R}\,\vec{n} = \begin{pmatrix} \frac{dv}{dt} \\ \frac{v^2}{R} \end{pmatrix}$$

Pour un mouvement **circulaire uniforme** :

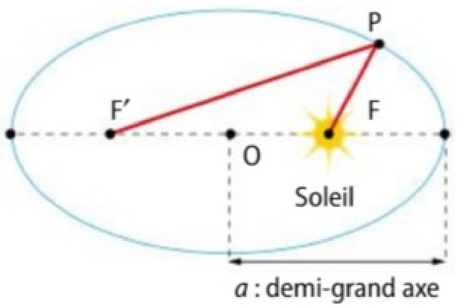
$$\vec{v} = v\,\vec{\tau} = \begin{pmatrix} v \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \vec{a} = \frac{v^2}{R}\,\vec{n} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v^2}{R} \end{pmatrix}$$

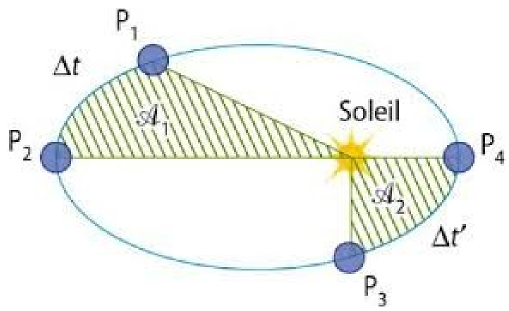
COURS

5- L'**orbite** d'une planète ou d'un satellite désigne la trajectoire de son centre de masse dans le référentiel lié au centre de l'astre attracteur.

6- La **première loi de Kepler** (ou loi des orbites) dit que dans un référentiel héliocentrique, l'orbite d'une planète est une ellipse et le centre du Soleil occupe un des deux foyers.
La **deuxième loi de Kepler** (ou loi des aires) dit que le segment reliant le Soleil à la planète balaye des aires égales pendant des durées égales.

Exemples : orbite elliptique autour du Soleil ; exemple d'application de la loi des aires, si les durées Δt et Δt' sont égales, alors les aires balayées par la planète A_1 et A_2 sont égales.





Mouvement et interactions

Chapitre 17. **Mouvement dans un champ de gravitation** 2/2

COURS

7- La **troisième loi de Kepler** (ou loi des périodes) dit que le carré de la **période T** (en s) de révolution d'une planète ou d'un satellite est proportionnelle au cube du **demi-grand axe a** (en m) de l'ellipse décrivant sa trajectoire.

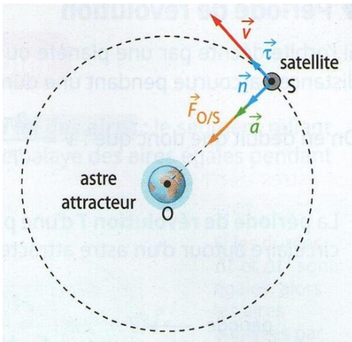
$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{G \times M} = \text{Constante}$$

Avec **M** la **masse** (en kg) de l'astre attracteur.

8- Application à un **mouvement circulaire**.

- Une planète ou un satellite tournant autour de son astre attracteur a un **vecteur accélération $\vec{a}$** (en m.s⁻²) dirigé vers le centre de sa trajectoire circulaire. On dit alors qu'il est **radial** et **centripète**.

Exemples : vitesse et accélération pour une trajectoire circulaire dans un repère de Frenet.



- Une planète ou un satellite possédant une vitesse constante sur une orbite circulaire a un mouvement circulaire et uniforme. On retrouve donc, dans le repère de Frenet, une **accélération $\vec{a}$** (en m.s⁻²) ne dépendant que de la **vitesse $\vec{v}$** (en m.s⁻¹) et du **rayon R** (en m) du cercle décrivant la trajectoire.

$$\vec{a} = \frac{v^2}{R}\,\vec{n} \quad \text{avec} \quad \vec{v} = v\,\vec{\tau}$$

- La vitesse d'une planète ou d'un satellite sur une orbite circulaire autour d'un astre attracteur est constante et ne dépend que de la **constante de gravitation universelle G**, de la **masse M** (en kg) de l'astre attracteur et du **rayon R** (en m) du cercle décrivant la trajectoire.

$$v = \sqrt{\frac{G \times M}{R}}$$

En effet, dans ce cas, d'après la deuxième loi de Newton $\vec{F} = G\,\frac{m\,M}{R^2}\,\vec{n} = m\,\vec{a} = m\,\frac{v^2}{R}\,\vec{n} \Rightarrow G\,\frac{M}{R} = v^2$.

- La **période de révolution T** d'une planète ou d'un satellite sur une orbite circulaire autour d'un astre est alors elle aussi constante et dépend des mêmes données.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{R^3}{G \times M}}$$

En effet, la vitesse du satellite peut aussi être calculée à partir du périmètre du cercle $2\pi R$ et de la période T de rotation telle que $v = \frac{2\pi R}{T} = \sqrt{\frac{G\,M}{R}} \Rightarrow \frac{T^2}{4\pi^2} = \frac{R^3}{G\,M}$.

Exemple : un satellite en orbite autour de la Terre, de rayon $R_T = 6{,}37.10^6$ m, décrit une trajectoire circulaire à 860 km d'altitude, sachant que la masse de la Terre $M_T = 5{,}97.10^{24}$ kg, la période du satellite sera $T = 2\pi\sqrt{\frac{(6{,}37.10^6 + 860.10^3)^3}{6{,}67.10^{-11} \times 5{,}97.10^{24}}} = 6{,}12.10^3$ s soit 1,70 h.

9- Les **satellites géostationnaires** possèdent la particularité d'être toujours positionnés au-dessus du même point de la surface de la Terre.