Chapitre 19. **Premier principe de la thermodynamique**

EXERCICES

29 Maison passive

On dit d'une maison qu'elle est passive lorsque ses besoins en chauffage sont inférieurs à 15 kWh par m^2 habitable et par an.

Dans la région où est prévue la construction d'une maison de surface habitable 68 m^2, la température extérieure moyenne du sol en hiver est d'environ 10 °C et celle de l'air extérieur 4 °C. Un poêle à bois maintient la température intérieure de la maison constante à T_i = 19 °C. Pendant une journée, les valeurs des transferts thermiques sont alors : pour les murs extérieurs Q_m = 56 MJ, pour les vitres Q_V, pour le sol Q_S = 37 MJ et pour les combles Q_C = 24 MJ.

Données : *tableau des caractéristiques des vitres utilisées (ci-contre)*
1 kWh = 3,6 × 10^6 J ;
la résistance thermique R_{th} d'une paroi plane a pour expression : $R = \frac{e}{\lambda \cdot S}$ où e est l'épaisseur du matériau (m), λ la conductivité thermique caractérisant le matériau ($W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$) et S la surface de la paroi (m^2).

	Surface (m^2)	Matériau	Épaisseur (cm)	Conductivité thermique λ ($W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$)
Vitres	15	triple vitrage verre/air	3,6	0,023

1. **Déterminer** la résistance thermique R_V des vitres.
2. a. **Déterminer** Q_V.
b. **En déduire** la valeur du flux thermique fourni par un poêle à bois pendant une journée.
3. Dans ces conditions, si, par an, la période de chauffage dure 100 jours, peut-on considérer la maison comme passive ?

LES CLÉS DE L'ÉNONCÉ

- Les températures données renseignent sur le sens du flux thermique et permettent d'en calculer sa valeur.
- Toutes les données sont nécessaires pour déterminer la résistance thermique des vitres (expression de la résistance et valeurs numériques utiles).

LES VERBES D'ACTION

- **Déterminer :** mettre en œuvre une stratégie pour trouver un résultat.
- **En déduire :** utiliser le résultat précédent pour répondre.

EXEMPLE DE RÉDACTION

1. $R = \frac{e}{\lambda \cdot S}$. AN : $R_V = 3{,}6 \times 10^{-2}/(0{,}023 \times 15)$ = **0,10 K · W⁻¹**.

2. a. On sait que $\Phi = Q/\Delta t$ et $\Phi = (T_c - T_f)/R_{th}$
On en déduit que $Q_V/\Delta t = (T_i - T_{ext})/R_{th}$ donc $Q_V = (T_i - T_{ext}) \cdot \Delta t/R_V$
AN : $Q_V = (19 - 4) \times 24 \times 3\,600/0{,}10$ = **$1{,}3 \times 10^7$ J = 13 MJ.**
b. Comme la température intérieure ne varie pas, on a pour la maison : $\Delta U = 0$.
Donc l'énergie fournie par les poêle compense les pertes d'énergie.
Donc on peut écrire : $Q_P = Q_m + Q_V + Q_S + Q_C$
AN : $Q_P = 56 + 13 + 37 + 24$ = **130 MJ.**

3. Besoin en chauffage par m² habitable et par an :
(130/3,6) × 100/68 = **53 kWh · m^{-2} · an^{-1}** > **15 kWh · m^{-2} · an^{-1}** donc la maison ne peut pas être considérée comme passive.

QUELQUES CONSEILS

1. Se baser sur l'expression de la résistance thermique donnée.
Il faut convertir l'épaisseur e en m. Les unités données pour S, e et λ aident à déterminer celle de R. Les données sont exprimées avec 2 chiffres significatifs donc le résultat aussi.
2. a. D'après l'énoncé, Δt correspond à une journée.
b. 1 MJ = 10^6 J.
3. La période de chauffe ne dure pas toute l'année.

EXERCICE SIMILAIRE

30 Dans un sauna

Un sauna, installé dans un centre nautique, est constitué d'une pièce équipée de cloisons en bois doublées d'un bon isolant thermique. Il reçoit de l'énergie thermique grâce à une résistance électrique se trouvant à l'intérieur de la pièce.

Des pierres de lave de faible résistance thermique sont positionnées sur une grille au-dessus de la résistance.

Les personnes se trouvant dans le sauna peuvent, si elles le désirent, arroser ces pierres avec de l'eau qui s'évapore à leur contact.

La température extérieure au sauna est de 18 °C. Pour maintenir une température de 80 °C à l'intérieur du sauna, la résistance reçoit une puissance P = 7,5 kW pendant 1,0 minute, toutes les 5 minutes.

Donnée : *La puissance (en W) correspond à une variation d'énergie (en J) par unité de temps (en s) : $P = \Delta E/\Delta t$.*

1. Quelle énergie thermique reçoit le sauna pendant la minute de chauffe ?
2. Que vaut la résistance thermique du sauna ?

31 Muffins sortis du four

Des muffins sont sortis du four à 12 h 00 quand ils sont brûlants (100 °C). Après 10 minutes, leur température est de 80 °C.

On suppose que la vitesse de refroidissement $dT(t)/dt$ des muffins est proportionnelle à la différence $(T(t) - T_{cuis})$ de la température des gâteaux au cours du temps et la température de la cuisine (autrement dit que la température des muffins suit la loi de Newton).

La cuisine est une pièce où il y fait 20 °C.

1. a. **Établir** l'équation différentielle du premier ordre vérifié par T(t) en prenant − γ comme constante de proportionnalité (γ > 0).
b. **Résoudre** l'équation différentielle en donnant l'expression de T(t) en fonction de γ et de T_{cuis}.
2. **Déterminer** la constante γ.
3. Combien de temps faudra-il attendre pour que la température des muffins soit divisée par 2 par rapport à celle à la sortie du four ?

LES CLÉS DE L'ÉNONCÉ

- On donne la température du système à l'instant initial et à un autre instant.
- La loi thermique de Newton est donnée dans l'énoncé, il convient juste de la retranscrire mathématiquement.

LES VERBES D'ACTION

- **Établir :** élaborer.
- **Résoudre :** trouver la solution.
- **Déterminer :** mettre en œuvre une stratégie pour trouver un résultat.

EXEMPLE DE RÉDACTION

1. a. La vitesse de refroidissement $dT(t)/dt$ des muffins est proportionnelle à la différence $(T(t) - T_{cuis})$. En prenant − γ comme constante de proportionnalité, on peut écrire :
$dT(t)/dt = -\gamma \cdot (T(t) - T_{cuis})$.
b. La solution générale de l'équation différentielle s'écrit :
$T(t) = (T(0) - T_{cuis}) \cdot e^{-\gamma t} + cste$
À $t = 0$, $T(t) = T(0) = 100$ °C
Quand $t \to \infty$, $T(t) = cste = T_{cuis}$
Donc $T(t) = (100 - T_{cuis}) \cdot e^{-\gamma t} + T_{cuis}$

2. À t = 10 min, $T(t) = 80 = (100 - T_{cuis}) \cdot e^{-\gamma \cdot 10} + T_{cuis} = 80 \cdot e^{-\gamma \cdot 10} + 20$
Donc $e^{-\gamma \cdot 10} = 60/80$ donc $-10 \cdot \gamma = \ln(60/80)$
donc $\gamma = \ln(4/3)/10$.

3. On cherche t qui vérifie : $T(0)/2 = 50 = 80 \cdot e^{-\gamma t} + 20$ avec $\gamma = 0{,}1 \times \ln(4/3)$.
Ce qui revient à écrire : $e^{-\gamma t} = 3/8$
Donc $-\gamma \cdot t = \ln(3/8)$ donc $t = \ln(8/3)/(0{,}1 \times \ln(4/3)) = 34$ min.
Donc 34 minutes après leur sortie du four, la température des muffins sera divisée par 2.

QUELQUES CONSEILS

2. Dans ce cas $T_{ext} = T_{cuis}$
2. et 3. $\ln(e^a) = a$
$\ln(a/b) = -\ln(b/a)$

EXERCICE SIMILAIRE

32 Crime dans une série TV

Dans une série TV policière, le corps d'une victime est trouvé sur lieu du crime à 2 h 20 une nuit d'hiver, dehors, où la température extérieure est de - 5 °C. A l'heure de cette découverte macabre, la police scientifique relève que la température du corps est de 20 °C. Une demi-heure plus tard, quand il est retiré, sa température n'est plus que de 15 °C. En utilisant la loi de Newton, le médecin légiste va réussir à déterminer l'heure du crime.

Données : *T (corps humain) = 37 °C ; loi thermique de Newton :*
$dT(t)/dt = -\gamma \cdot (T(t) - T_{amb})$.

1. Donner la valeur de T_{amb}.
2. Résoudre l'équation différentielle en donnant l'expression de T(t) en fonction de γ.
3. a. Déterminer la valeur numérique de la constante γ.
b. En déduire l'expression générale de T(t).
4. Déterminer l'heure du crime.

CORRECTION Exercice 30	CORRECTION Exercice 32
30 **1.** Le sauna reçoit $\Delta E = P \cdot \Delta t_{chauffe}$ A.N. $\Delta E = 7{,}5 \times 60 = 4{,}5 \times 102$ kJ **2.** L'énergie est perdue en 5,0 minutes car la température est constante dans la sauna. La puissance qui traverse la paroi est donc : $\Phi = \Delta E / \Delta t_{chauffe}$ A.N. $\Phi = 450 / 300$ donc $\Phi = 1{,}5$ kW $R = \Delta T / \Phi$ A.N. R = (80 - 18) /1 500 donc $R = 4{,}1 \times 10^{-2}$ K · W^{-1}	**34** **1.** Tamb = – 5 °C **2.** Solution générale de l'équation différentielle (loi de Newton) : $T(t) = A \cdot e^{-\gamma \cdot t} + B$ Quand t tend vers l'infini, $T = T_{amb}$ donc $B = T_{amb}$ À $t = 0$ s, $T = To$ donc $To = A + T_{amb}$ donc $A = To - T_{amb}$ Donc : $T(t) = (T_o - T_{amb}) \cdot e^{-\gamma \cdot t} + T_{amb}$ D'où $T(t) = 25 \cdot e^{-\gamma \cdot t} - 5$ **3. a.** À $t = 30$, $T(30) = 15 = 25 \cdot e^{-\gamma}. 30 - 5$ Donc $25 \cdot e^{-\gamma}. 30 = 20$ Donc $e^{-\gamma}. 30 = 4/5$ Donc $-30.\gamma = \ln 4/5$ Donc $\gamma = \ln (5/4)/30$ **b.** Expression générale de $T(t)$: $T(t) = 25 \cdot e^{-(\ln (5/4)/30) \cdot t} - 5$ **4.** On cherche le temps t pour lequel on a $T(t) = 37$ °C $25 \cdot e^{-(\ln (5/4)/30) \cdot t} - 5 = 37$ D'où $t = 30 \cdot \ln (42/25)/(\ln (4/5)$ Donc $t = -70$ min = 1 h 10 Heure du crime : 2 h 20 – 1 h 10 = 1 h 10