Chapitre 3. **Description d'un mouvement**

EXERCICES

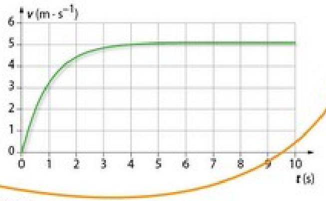
Exercice résolu — EN AUTONOMIE

28 Mouvement circulaire particulier

Le disque en pierre d'une meule est mis en rotation à l'aide d'un moteur électrique. On appelle $\vec{v}_M$ la vitesse d'un point M se trouvant sur la périphérie du disque.

Le diamètre du disque est $D = 40$ cm.

La représentation graphique de $\|\vec{v}_M\|$ est donnée ci-contre.



1. a. **Décrire** la trajectoire du point M.
b. Comment évoluent les composantes de $\vec{v}_M$ dans le repère de Frenet ?

2. a. Exprimer le vecteur accélération $\vec{a}_M$ dans le repère de Frenet.
b. À partir du graphique, **décrire qualitativement** l'évolution des composantes du vecteur accélération puis calculer la valeur de l'accélération à $t = 10$ s.
c. **En déduire** le type de mouvement du point étudié au cours du temps.

LES CLÉS DE L'ÉNONCÉ

- La dérivée d'une fonction est la **pente de la tangente** à sa représentation graphique.
- Le diamètre permet d'exprimer la **distance à l'axe de rotation** du point M. Il faut être vigilant sur les unités.

LES VERBES D'ACTION

- **Décrire** : ici il s'agit d'une trajectoire. Les mots-clés à utiliser sont : circulaire ou rectiligne uniquement
- **Décrire qualitativement** : donner les tendances sans fournir de valeur précise.
- **En déduire** : utiliser la réponse précédente pour répondre à celle-ci.

EXEMPLE DE RÉDACTION

1. a. Le point M se trouve à la périphérie d'un disque en rotation autour d'un axe fixe. Sa trajectoire est donc **circulaire**.
b. Le vecteur vitesse a pour expression $\vec{v}_M = v_M\vec{\tau}$ dans le repère de Frenet. Sa composante sur $\vec{\tau}$ **augmente** au cours du temps pour atteindre la valeur maximale d'environ 5 $m \cdot s^{-1}$ à environ $t = 5$ s, sa composante sur $\vec{n}$ **est nulle**.

2. a. L'expression du vecteur accélération dans le cas d'un mouvement circulaire de diamètre D est : $\vec{a}_M = \frac{dv_M}{dt}\vec{\tau} + \frac{v_M^2}{D/2}\vec{n}$

b. La pente de la tangente à la courbe, et donc la composante sur $\vec{\tau}$ du vecteur accélération **est importante au début puis diminue au cours du temps** pour devenir nulle aux environs de $t = 5$ s.
La composante sur $\vec{n}$ évolue qualitativement de la même façon que v_M : elle **augmente au cours du temps** puis atteint une **valeur maximale** constante à partir de $t = 5$ s.
À $t = 10$ s, il n'y a plus que la composante sur $\vec{n}$ de l'accélération.

On a donc $a_M = \frac{v_M^2}{D/2} = \frac{5^2}{0,2} = 125\ m \cdot s^{-2} \approx \mathbf{1,2 \times 10^2\ m \cdot s^{-2}}$

c. Lorsque la composante sur $\vec{\tau}$ de l'accélération est nulle, le mouvement est uniforme. On en déduit que de **0 à 5 s environ**, le mouvement est **accéléré** et qu'à partir de $t = 5$ **s**, il est **uniforme**.

QUELQUES CONSEILS

1. b. Exploiter, si possible, les valeurs figurant sur le graphique lorsqu'elles sont fournies.

1. b. et 2. a. Ne pas oublier que le repère de Frenet a deux vecteurs de base.

2. b. Il faut convertir D en m.
La précision du graphique ne permet pas d'exprimer le résultat avec plus de 2 chiffres significatifs.

EXERCICE SIMILAIRE

29 La balançoire

Une balançoire peut osciller librement. À $t = 0$, elle est simplement lâchée avec une amplitude de 30°. La vitesse de la balançoire a pour expression, dans le repère de Frenet :

$\vec{v} = \frac{L}{2} \cdot \sin(6,28 \times t)\vec{\tau}$ où L est la longueur de la corde de la balançoire.

1. Que vaut la vitesse à $t = 0$?

2. À partir du vecteur vitesse fourni, répondre aux questions suivantes :
a. décrire le type de mouvement de la balançoire entre 0 et 0,5 s ;
b. décrire le type de mouvement de la balançoire entre 0,5 s et 1 s ;
c. en déduire la période des oscillations.

3. a. Donner l'expression du vecteur accélération dans la base de Frenet.
b. À partir de son expression, montrer que le mouvement n'est pas uniforme.

Exercice résolu — EN AUTONOMIE

30 Vols spatiaux

Pour imaginer voyager dans l'espace, il faut atteindre des vitesses importantes. Imaginons un vaisseau capable d'accélérer à 5 g (5 fois l'accélération de la pesanteur terrestre, soit $a = 49,0\ m \cdot s^{-2}$).

On imagine une navette ayant un mouvement rectiligne uniformément accéléré.

1. On considère que la vitesse initiale est nulle. Vérifier que l'expression de la distance parcourue par la navette au bout d'un temps t est $d = \frac{1}{2}kt^2$ où k est une constante dont on donnera la valeur numérique.

2. Uranus, la 8e planète de notre système solaire, est à une distance d'environ $2,9 \times 10^9$ km de la Terre.
a. **Déterminer** le temps nécessaire pour atteindre cette planète dans ces conditions.
b. Déterminer la vitesse atteinte par la navette au bout de cette durée.

3. Si on voulait simplement atteindre cette planète, il faudrait en réalité un mouvement uniformément accéléré jusqu'à mi-parcours puis un mouvement uniformément ralenti afin d'avoir une vitesse nulle à l'arrivée.
a. **Comparer les vecteurs** accélérations dans les deux phases du mouvement.
b. Quelle serait la durée du voyage ?
c. Quelle serait la vitesse maximale atteinte ?

LES CLÉS DE L'ÉNONCÉ

- La valeur de l'accélération est fournie
- Le type de mouvement est rectiligne à accélération constante.

LES VERBES D'ACTION

- **Vérifier** : à l'aide de l'expression fournie, retrouver une donnée de l'énoncé.
- **Déterminer** : trouver la valeur grâce à un calcul.
- **Comparer les vecteurs** : il faut comparer la norme, la direction et le sens des vecteurs.

EXEMPLE DE RÉDACTION

1. Le mouvement est rectiligne donc $\vec{v}$, $\overrightarrow{OM}$ et $\vec{a}$ sont colinéaires. $\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$ et $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$. Ainsi, $v = k \times t$ et $a = k$. L'accélération est donc bien constante : le mouvement est rectiligne uniformément accéléré et k n'est autre que l'accélération, donc $\mathbf{k = 49,0\ m \cdot s^{-2}}$.

2. a. Grâce à l'expression fournie par l'énoncé, on en déduit que $t = \sqrt{2\frac{d}{k}}$

soit $t = \sqrt{\frac{2 \times 2,9 \times 10^{12}}{49,0}} = 3,44 \times 10^5$ s $=$ **3 jours 23 h 30 min**.

b. L'expression de la vitesse a été calculée à la question 1 : $v = k \times t$, d'où
$v = 49,0 \times 3,44 \times 10^5 = \mathbf{1,69 \times 10^7\ m \cdot s^{-1}}$

3. a. Les deux vecteurs accélération ont même direction, même norme mais des sens opposés.
b. La durée du mouvement accéléré est la même que celle du mouvement ralenti. Ainsi, la durée totale est la somme des deux, soit :

$t = 2\sqrt{2\frac{d/2}{k}} = 2\sqrt{\frac{d}{k}} = 4,87 \times 10^5 =$ **5 jours 15 h 09 min**

c. La vitesse serait maximale à mi-parcours, soit $v = 49,0 \times \frac{4,87 \times 10^5}{2}$
$\mathbf{v = 1,19 \times 10^7\ m \cdot s^{-1}}$

QUELQUES CONSEILS

1. Préciser que tous les vecteurs sont colinéaires avant de dériver la norme du vecteur position (la distance).

2. a. Il faut convertir d en m.

3. b. Puisque les deux phases sont « symétriques », leurs durées sont les mêmes.
Ne pas oublier le facteur 2.

EXERCICE SIMILAIRE

31 Le plan incliné en roller

Ambre s'élance en roller dans la pente d'un plan incliné, avec une vitesse initiale (à $t = 0$) de 2,2 $m \cdot s^{-1}$. Sa trajectoire est rectiligne ralentie uniformément. L'accélération est $a = 4,9\ m \cdot s^{-2}$.

1. Vérifier que la distance parcourue a pour expression : $d = 2,2 \times t - \frac{1}{2}kt^2$ où k est une constante numérique que l'on exprimera. Justifier le signe négatif dans l'expression.

2. a. Déterminer le temps nécessaire pour que sa vitesse devienne nulle.
b. Quelle distance aura-elle parcourue ?

3. La longueur du plan incliné est 60 cm. Ambre se laisse redescendre en marche arrière sur le plan incliné avec la même accélération. Quelle sera la durée de la descente du tremplin ? Quelle sera la vitesse atteinte au bas du tremplin ?