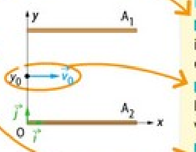
Chapitre 5. **Mouvement dans un champ uniforme**

EXERCICES

Exercice résolu EN AUTONOMIE

19 Déviation dans un champ électrique

Un champ électrique uniforme, de valeur $E = 5\,200\ V \cdot m^{-1}$, est créé par un condensateur plan constitué de deux armatures planes A_1 chargée négativement et A_2 chargée positivement séparées de 10 cm et longues de 10 cm. Un électron pénètre dans le champ $\vec{E}$ à l'ordonnée y_0 avec une vitesse $\vec{v}_0$ parallèle aux plaques.



Données : *$m = 9{,}1 \times 10^{-31}$ kg ; $v_0 = 1{,}0 \times 10^7\ m \cdot s^{-1}$;*
$\ell = 10$ cm ; $y_0 = 5{,}0$ cm.

1. **Exprimer** les composantes du vecteur accélération dans le repère (O ; x, y, z).

2. a. En déduire les équations horaires du mouvement de l'électron.
b. **Établir** l'équation de la trajectoire et montrer que le mouvement est plan.
c. L'électron sortira-t-il du condensateur plan ? Si oui, indiquer les coordonnées du point de sortie S.

LES CLÉS DE L'ÉNONCÉ
- La valeur du champ indique que seule la force électrique est à considérer.
- Le schéma renseigne sur les conditions initiales de vitesse et de position.
- Le signe des charges indique l'orientation de $\vec{E}$.

LES VERBES D'ACTION
- **Exprimer :** donner une relation littérale reliant les grandeurs physiques.
- **Établir :** faire apparaître les étapes clés pour aboutir à l'expression.

EXEMPLE DE RÉDACTION

1. On considère le système électron, seule l'action de la force électrique est à prendre en compte, donc d'après la seconde loi de Newton, $m \cdot \vec{a} = \vec{F}_e = -e \cdot \vec{E}$,

d'où $\vec{a} = \dfrac{-e}{m} \cdot \vec{E}$. $\vec{E}$ est perpendiculaire aux armatures et orienté vers y positif.

Les composantes sont :

$$a_x(t) = a_z(t) = 0 \text{ et } a_y(t) = \frac{-e}{m} \cdot E.$$

2. a. Par deux intégrations successives, on obtient :

$$\overrightarrow{v(t)} \begin{cases} v_x(t) = v_0 \\ v_y(t) = \dfrac{-eE}{m} \cdot t \\ v_z(t) = 0 \end{cases} \text{ car } \overrightarrow{v(0)} = \vec{v}_0 \text{ puis } \overrightarrow{OG(t)} \begin{cases} x(t) = v_0 \cdot t \\ y(t) = \dfrac{-eE}{2m} \cdot t^2 + y_0 \\ z(t) = 0 \end{cases}$$

car $x(0) = z(0) = 0$ et $y(0) = y_0$.

b. En substituant t par $\dfrac{x}{v_0}$ dans l'expression de $y(t)$, il vient $y(x) = \dfrac{-eEx^2}{2\,mv_0^2} + y_0$.

Puisque $z(t) = 0$, le mouvement se produit dans le plan (xOy).

c. Pour $x_S = \ell$, on trouve $y(x_S) = \dfrac{-eE\ell^2}{2\,mv_0^2} + y_0$ soit :

$$y(x_S) = \frac{-1{,}6 \times 10^{-19} \times 5\,200 \times 0{,}10^2}{2 \times 9{,}11 \times 10^{-31} \times (1{,}0 \times 10^7)^2} + 0{,}05 = 4{,}3 \times 10^{-3}\ \text{m}.$$

L'électron sortira au point S de coordonnées $(0{,}10 ; 4{,}3 \times 10^{-3} ; 0)$.

QUELQUES CONSEILS

1. Représenter $\vec{E}$ sur le schéma. Pour l'électron, $q = -e$.

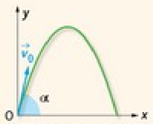
2. a. Pour déterminer les primitives, utiliser les coordonnées du vecteur vitesse à $t = 0$ (v_0 ; 0 ; 0) et de la position G de l'électron à $t = 0$ (0, y_0, 0).

2. c. Utiliser l'équation de la trajectoire pour trouver y_S et vérifier que $y_S > 0$.

EXERCICE SIMILAIRE

20 Mouvement d'un ballon

Au rugby, une « chandelle » désigne un coup de pied permettant d'envoyer le ballon en hauteur par-dessus la ligne de défense adverse. L'auteur de cette action frappe le ballon à $t = 0$ s au point O du repère ci-contre. Il doit ensuite se déplacer afin de récupérer le ballon derrière le rideau défensif.



Trajectoire au cours d'une chandelle

Données : *À l'instant $t = 0$ s, le vecteur vitesse du ballon fait un angle α égal à 60° avec l'axe Ox et sa valeur est $v_0 = 10{,}0\ m \cdot s^{-1}$.*

1. Établir les équations horaires du mouvement du ballon.

2. Montrer que l'équation de la trajectoire du point M est :

$$y(x) = \frac{-g_0}{2 \times v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha} \cdot x^2 + x \cdot \tan \alpha.$$

3. Déterminer par le calcul le temps dont dispose le joueur pour récupérer le ballon avant que celui-ci ne touche le sol.

Exercice résolu EN AUTONOMIE

21 Accélérateur de particule

Dans un accélérateur linéaire, un noyau d'hélium He^{2+} ($Z = 2$, $A = 4$) subit le travail moteur et maximal d'une force électrique constante $\vec{F}_e$. De vitesse négligeable à l'entrée, il est accéléré dans l'une des cavités de l'accélérateur modélisée par un condensateur plan de longueur AB sous l'action d'un champ électrique de valeur $E = 400\ kV \cdot m^{-1}$.

Données : *masse d'un nucléon $m_n = 1{,}7 \times 10^{-27}$ kg ; $g_0 = 9{,}81\ m \cdot s^{-2}$; $e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C ;*
AB = 0,50 m ; énergie potentielle électrique $E_{p(élec)} = q \cdot V + c^{ste}$

1. a. **Montrer** que l'on peut négliger l'action mécanique modélisée par la force de pesanteur devant celle associée à la force électrique.
b. Représenter la situation sur un schéma. Identifier le signe des armatures.

2. a. **Établir** l'expression du travail que fournit la force électrique $\vec{F}_e$ lors du passage du noyau d'hélium dans la cavité en fonction de q et U_{AB}.
b. **Énoncer** puis appliquer le théorème de l'énergie cinétique pour calculer la vitesse v_B du noyau en sortie de la cavité.

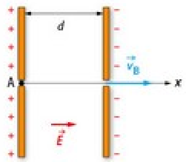
3. a. Montrer que l'énergie potentielle électrique est une fonction affine de la distance x parcourue dans la cavité.
b. **Représenter** sur un graphe l'évolution des énergies E_c, E_p et E_m en fonction de x.

LES CLÉS DE L'ÉNONCÉ
- Le travail moteur et maximal indique un angle nul entre $\vec{F}_e$ et $\overrightarrow{AB}$.
- La charge de l'ion vaut $q = +2$ e. Sa masse vaut $m = 4\ m_n$.

LES VERBES D'ACTION
- **Montrer :** effectuer un raisonnement logique conduisant à un résultat attendu.
- **Établir :** faire apparaître les étapes clés pour aboutir à l'expression.
- **Énoncer :** réciter le théorème dans son intégralité.
- **Représenter :** rendre une situation perceptible par une figure.

EXEMPLE DE RÉDACTION

1. a. $P = 4\,m_n g$ et $F_e = 2\,eE$ d'où $\dfrac{F_e}{P} = 5 \times 10^{13}$
donc F_e prédomine.
b. Les noyaux entrés en A dans le condensateur plan sont attirés par l'armature B chargée négativement.



2. a. $W_{AB}(\vec{F}_e) = \vec{F}_e \cdot \overrightarrow{AB} = q \cdot \vec{E} \cdot \overrightarrow{AB}$
$= 2\,eE \cdot AB \cdot \cos 0 = 2\,eE \cdot AB = 2\,eU_{AB}$.

b. La variation d'énergie cinétique d'un système se déplaçant du point A au point B est égale à la somme des travaux des forces qui modélisent les actions mécaniques qui s'appliquent sur le système lors de son déplacement :

$$\Delta E_c = W_{AB}(\vec{F}_e) \text{ d'où } \frac{1}{2} m v_B^2 = 2\,eU_{AB} \text{ et } v_B = \sqrt{\frac{4\,eE \cdot AB}{4\,m_n}}$$

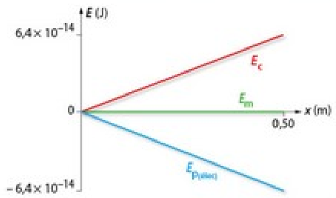
et $v_B = 4{,}3 \times 10^6\ m \cdot s^{-1}$.

3. a. Soit un point X situé à la distance x sur AB, $U_{AX} = E \cdot x = V_A - V$ donc V est fonction affine de x et puisque $E_{p(élec)} = q \cdot V + c^{ste}$ alors $E_{p(élec)}$ est fonction affine de x.

b. $E_c(A) = 0$ et si on choisit $E_{p(élec)}(A) = 0$ alors $E_m(A) = 0$ à l'abscisse $x = 0$. En l'absence de force non conservative, $E_m(B) = E_m(A) = 0$

or $E_c(B) = \dfrac{1}{2} m v_B^2$ ou $E_c(B) = 6{,}4 \times 10^{-14}$ J

et $E_{p(élec)}(B) = -E_c(B) = -6{,}4 \times 10^{-14}$ J pour $x = 0{,}50$ m.



QUELQUES CONSEILS

1. Faire un rapport pour comparer les deux valeurs.

3. Si g est fonction affine de f, elle-même fonction affine de x, alors g est fonction affine de x.

b. Choisir, dans l'expression $E_{pé} = qV + cte$, une constante adaptée pour représenter E_p, E_c et E_m sur le même graphe.

EXERCICE SIMILAIRE

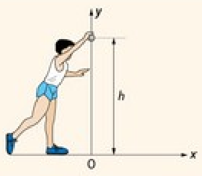
22 Lancer de poids

Un lanceur projette un boulet avec une vitesse de $12\ m \cdot s^{-1}$. On assimilera le boulet à un point matériel et on négligera l'action de l'air.

Données : *$g_0 = 9{,}8\ m \cdot s^{-2}$, $h = 2{,}05$ m.*

1. a. Énoncer le théorème de l'énergie cinétique.
b. L'appliquer au système boulet pour exprimer la vitesse v_B d'impact au sol du boulet.

2. Représenter l'allure des courbes des énergies E_c, E_{pp} et E_m au cours du mouvement.



CORRECTION Exercice 20

1. On applique la deuxième loi de Newton $\Sigma\vec{F}=m\vec{a}$ au ballon :

$\vec{P}=m\vec{a}\Rightarrow\vec{a}=\frac{\vec{P}}{m}=\frac{m\vec{g}}{m}=\vec{g}$. Le champ $\vec{g}$ est vertical orienté vers le bas donc dans le sens opposé de l'axe y. Ainsi $\vec{a}=\begin{pmatrix}0\\-g\end{pmatrix}$.

Sachant que $\vec{a}=\frac{d\vec{v}}{dt}$, on déduit que $\vec{v}=\begin{pmatrix}v_{x0}\\-gt+v_{y0}\end{pmatrix}$ or ici la vitesse initiale est telle que $\vec{v}_0=\begin{pmatrix}v_{x0}\\v_{y0}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}v_0\cos\alpha\\v_0\sin\alpha\end{pmatrix}$ d'où $\vec{v}=\begin{pmatrix}v_0\cos\alpha\\-gt+v_0\sin\alpha\end{pmatrix}$.

Sachant que $\vec{v}=\frac{d\vec{OG}}{dt}$, les équations horaires sont $\vec{OG}=\begin{pmatrix}v_0\cos\alpha\, t+x_0\\-g\frac{t^2}{2}+v_0\sin\alpha\, t+y_0\end{pmatrix}$

or ici la position initiale $\vec{OG}_0=\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$ d'où $\vec{OG}=\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}v_0\cos\alpha\, t\\-g\frac{t^2}{2}+v_0\sin\alpha\, t\end{pmatrix}$.

2. D'après les équations horaires $x=v_0\cos\alpha\, t\Rightarrow t=\frac{x}{v_0\cos\alpha}$ d'où

$y=\frac{-g}{2}\left(\frac{x}{v_0\cos\alpha}\right)^2+v_0\sin\alpha\frac{x}{v_0\cos\alpha}=\frac{-g}{2v_0^2\cos^2\alpha}x^2+x\tan\alpha$.

3. Le ballon atteignant le sol correspond à y = 0. Donc si on utilise les équations horaires, on aura : $0=-g\frac{t^2}{2}+v_0\sin\alpha\, t\Rightarrow 0=\frac{-g}{v_0\sin\alpha}t+1\Rightarrow t=\frac{2v_0\sin\alpha}{g}$.

D'où le ballon atteindra le sol dans $t=\frac{2\times 10{,}0\times\sin(60°)}{9{,}81}=1{,}7\,s$.

CORRECTION Exercice 22

1.a. Le théorème de l'énergie cinétique dit que $\Delta E_C=\Sigma W_{AB}(\vec{F})$.

1.b. Initialement v_A = 12 m.s^{-1} et h = 2,05 m et la seule force qui s'applique est le poids.

Donc $\Delta E_C=\frac{1}{2}mv_B^2-\frac{1}{2}mv_A^2=\vec{P}.\vec{AB}=m\vec{g}.\vec{AB}=mgh$

$\Rightarrow v_B=\sqrt{2gh+v_A^2}=\sqrt{2\times 9{,}8\times 2{,}05+12^2}=13{,}6\,m.s^{-1}$

2.