

ACQUIS INDISPENSABLES

1- Le vecteur **champ de pesanteur** $\vec{g}$ peut se définir comme le vecteur **poids** $\vec{P}$ divisé par sa **masse** m (en kg) :

$$\vec{g} = \frac{\vec{P}}{m}$$

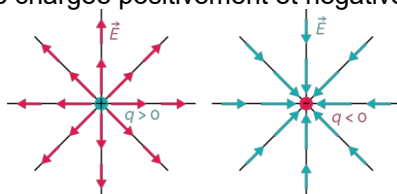
2- L'**énergie mécanique** E_m (en J) d'un système est la somme de son **énergie cinétique** E_c (en J) et de son **énergie potentielle** E_p (en J) :

$$E_m = E_c + E_p$$

3- La **force électrostatique** $\vec{F}_{\text{élec}}$ exercée par une particule de **charge** q (en C) est liée au **champ électrostatique** $\vec{E}$ (en $V.m^{-1}$) qu'elle produit :

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_{\text{élec}}}{q}$$

Exemple : champ produit par une particule chargée positivement et négativement



4- En l'absence de **forces non-conservatives**, il y a conservation d'**énergie mécanique**. Donc la **variation d'énergie mécanique** $\Delta E_m = 0$. En leur présence, la **variation d'énergie mécanique** ΔE_m (en J) est égale à la **somme des travaux des forces non-conservatives** $\sum W_{AB}(\vec{F}_{\text{non-conservatives}})$ (en J) :

$$\Delta E_m = \sum W_{AB}(\vec{F}_{\text{non-conservatives}})$$

COURS

5- Le vecteur **accélération** $\vec{a}_G$ du centre de masse d'un objet placé uniquement dans un **champ de pesanteur uniforme** est constant et égal au **vecteur champ de pesanteur** $\vec{g}_0$:

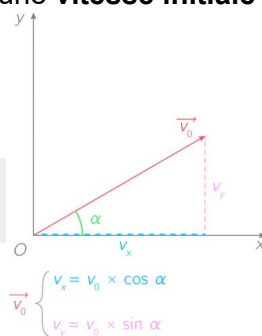
$$\vec{a}_G(t) = \vec{g}_0 \text{ soit } \vec{a}_G(t) = \begin{pmatrix} a_x(t) = 0 \\ a_y(t) = -g_0 \end{pmatrix}$$

6- Le **mouvement** du centre de masse d'un système dans un **champ uniforme** est dans un plan défini par les vecteurs $\vec{v}_0$ et $\vec{g}_0$. Les **équations horaires** du mouvement pour un objet lancé avec une **vitesse initiale** $\vec{v}_0$ oblique sont :

$$\vec{v}(t) = \begin{pmatrix} v_x(t) = v_0 \cos \alpha \\ v_y(t) = -g_0 t + v_0 \sin \alpha \end{pmatrix}$$

Preuve :

Sachant que $\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}(t)}{dt}$ alors $\vec{v}(t) = \begin{pmatrix} v_x(t) = a_x(t)t + v_{x0} \\ v_y(t) = a_y(t)t + v_{y0} \end{pmatrix}$ ici $\vec{v}(t) = \begin{pmatrix} v_x(t) = v_{x0} \\ v_y(t) = -g_0 t + v_{y0} \end{pmatrix}$ or



et

$$\vec{OG}(t) = \begin{pmatrix} x(t) = v_0 \cos \alpha t + x_0 \\ y(t) = -\frac{1}{2} g_0 t^2 + v_0 \sin \alpha t + y_0 \end{pmatrix}$$

Preuve :

Sachant que $\vec{v}(t) = \frac{d\vec{OG}(t)}{dt}$ alors $\vec{OG}(t) = \begin{pmatrix} x(t) = v_{x0}t + x_0 \\ y(t) = -g_0 \frac{t^2}{2} + v_{y0}t + y_0 \end{pmatrix}$



7- La **trajectoire** du centre de masse d'un système dans un **champ de pesanteur uniforme** est une portion de **parabole**. L'équation de la trajectoire parabolique est alors :

$$y(t) = \frac{-g_0}{2 v_0^2 \cos^2 \alpha} (x(t) - x_0)^2 + (x(t) - x_0) \tan \alpha + y_0$$

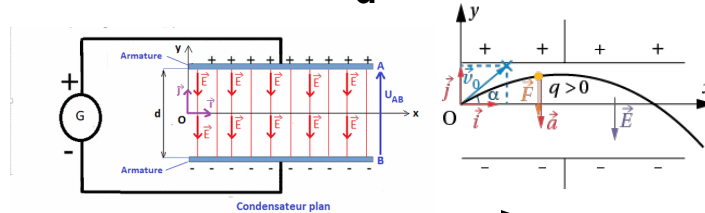
Preuve :

Sachant que $\vec{OG}(t) = \begin{pmatrix} x(t) = v_{x0}t + x_0 \\ y(t) = -g_0 \frac{t^2}{2} + v_{y0}t + y_0 \end{pmatrix} \Rightarrow t = \frac{x(t) - x_0}{v_{x0}}$ que l'on injecte dans $y(t)$.

8- Entre les deux armatures d'un **condensateur plan** chargé règne un **champ électrique uniforme** $\vec{E}$ perpendiculaire aux armatures et orienté vers l'armature chargée négativement. La norme E (en $V.m^{-1}$) du **champ électrique** est égale au rapport entre la **tension** U_{AB} (en V) entre les deux armatures A et B et la **distance** d (en m) entre les armatures :

$$E = \frac{U_{AB}}{d}$$

Exemple : condensateur plan.



9- Une particule de **charge** $q > 0$ dans un **champ électrostatique** $\vec{E}$ subit une **force** $\vec{F}_{elec} = q \times \vec{E}$. Il en résulte que dans le plan formé par le vecteur **vitesse initiale** de la particule $\vec{v}_0$ et le **vecteur** $\vec{E}$ son **accélération** $\vec{a}$ est suivant le **vecteur champ** $\vec{E}$:

$$\vec{a} = \frac{q}{m} \vec{E}$$

Preuve : Sachant que $\vec{F}_e = q\vec{E}$ et la deuxième loi de Newton $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$, pour un charge q dans un champ uniforme :

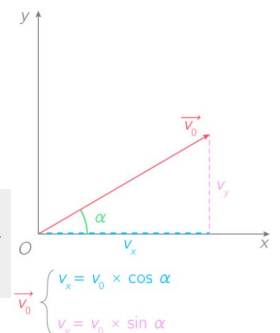
$$\Sigma \vec{F} = \vec{F}_e = q\vec{E} = m\vec{a} \text{ donc } \vec{a}(t) = \frac{q}{m} \vec{E} \Rightarrow \begin{pmatrix} a_x(t) = 0 \\ a_y(t) = -q \frac{E}{m} \end{pmatrix}$$

10- Les **équations horaires** du mouvement pour une particule chargée dont la **vitesse initiale** $\vec{v}_0$ est oblique sont :

$$\vec{v}(t) = \begin{pmatrix} v_x(t) = v_0 \cos \alpha \\ v_y(t) = -q \frac{E}{m} t + v_0 \sin \alpha \end{pmatrix}$$

Preuve :

Sachant que $\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}(t)}{dt}$ alors $\vec{v}(t) = \begin{pmatrix} v_x(t) = a_x(t)t + v_{x0} \\ v_y(t) = a_y(t)t + v_{y0} \end{pmatrix}$ ici $\vec{v}(t) = \begin{pmatrix} v_x(t) = v_{x0} \\ v_y(t) = -q \frac{E}{m} t + v_{y0} \end{pmatrix}$ or



et si la position initiale est en (0,0) : $\vec{OG}(t) = \begin{pmatrix} x(t) = v_0 \cos \alpha t \\ y(t) = -\frac{1}{2} q \frac{E}{m} t^2 + v_0 \sin \alpha t \end{pmatrix}$

Preuve :

Sachant que $\vec{v}(t) = \frac{d\vec{OG}(t)}{dt}$ alors $\vec{OG}(t) = \begin{pmatrix} x(t) = v_x(t)t + x_0 \\ y(t) = v_y(t)t + y_0 \end{pmatrix}$ ici $\vec{OG}(t) = \begin{pmatrix} x(t) = v_{x0}t \\ y(t) = -q \frac{E}{m} \frac{t^2}{2} + v_{y0}t \end{pmatrix}$



11- L'équation de la trajectoire parabolique est alors :

$$y(t) = \frac{-qE}{2m v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + x \tan \alpha$$

Preuve :

Sachant que $\vec{OG}(t) = \begin{pmatrix} x(t) = v_{x0} t \\ y(t) = -q \frac{E}{m} \frac{t^2}{2} + v_{y0} t \end{pmatrix} \Rightarrow t = \frac{x(t)}{v_{x0}}$ que l'on injecte dans $y(t)$.

12- L'énergie mécanique E_m (en J) est égale à la somme de l'énergie cinétique E_c (en J) et de l'énergie potentielle E_p (en J) :

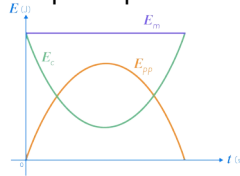
$$E_m = E_c + E_p$$

Pour rappel, l'énergie cinétique $E_c = \frac{1}{2} m v^2$ avec m la masse (en kg) et v la vitesse (en $m.s^{-1}$).

13- En l'absence de forces non conservatives (frottements...), l'énergie mécanique se conserve :

$$E_m(t) = E_c(t) + E_p(t) = \text{Constante}$$

Exemple : évolution des énergies mécanique, cinétique et potentielle dans un mouvement sans frottements.



14- L'énergie potentielle de pesanteur E_{pp} (en J) est égale au produit du poids $P = mg$ (en N) et de l'altitude z (en m) :

$$E_{pp} = m g z$$

L'altitude peut aussi être notée h (pour hauteur) ou y dans un repère plan (x,y) .

15- L'énergie potentielle électrique E_{pe} (en J) est égale au produit de la charge q (en C) et du potentiel électrique V (en V) :

$$E_{pe} = q V$$

16- Le théorème de l'énergie cinétique dit qu'en l'absence de force non conservatives, la variation d'énergie cinétique ΔE_c est égale à la somme des travaux des forces $\Sigma W_{AB}(\vec{F})$:

$$\Delta E_c = \Sigma W_{AB}(\vec{F})$$

Dans un condensateur plan, sachant que la force électrique (ou de Coulomb) de coulomb $\vec{F}_e = q \times \vec{E}$ et que le travail d'une force $W_{AB}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{AB}$, on trouve :

$$\Delta E_c = \Sigma W_{AB}(\vec{F}_e) = \vec{F}_e \cdot \vec{AB} = q \vec{E} \cdot \vec{AB} = q U_{AB}$$

Exemple : calcul du travail de la force électrique dans un canon à électron où des électrons sont produits sans vitesse initiale en O puis accélérés dans un condensateur plan. La tension aux bornes du condensateur $U_{AB} = -5,0 \text{ kV}$. La charge élémentaire vaut $1,6.10^{-19} \text{ C}$.

Sachant que $W_{AB}(\vec{F}_e) = \vec{F}_e \cdot \vec{AB} = q \vec{E} \cdot \vec{AB} = q E d \cos 0 = q U_{AB}$ ainsi $\Delta E_c = W_{AB}(\vec{F}_e) = -1,6.10^{-19} \times -5000 = 8,0.10^{-16} \text{ J}$

Exemple : conservation de l'énergie mécanique dans un canon à électron.

S'il y a conservation de l'énergie mécanique (pas de frottement) $\Delta E_m = 0 = \Delta E_c + \Delta E_p \Rightarrow \Delta E_c = -\Delta E_p$ or $-\Delta E_p = q U_{AB}$ ainsi si

la vitesse de départ est nulle $\Delta E_c = \frac{1}{2} m v^2 = q U_{AB}$ d'où $v = \sqrt{\frac{2 q U_{AB}}{m}}$ soit pour un électron :

$$v = \sqrt{\frac{2 \times -1,6.10^{-19} \times -5,0.10^3}{9,11.10^{-31}}} = 4,2.10^7 \text{ m.s}^{-1}$$