Chapitre 8. **Évolution temporelle d'un système chimique**

EXERCICES

25 Du lait radioactif !

Le lait de vache contient du césium 137, un élément radioactif β^- dont l'activité est de l'ordre de 0,22 Bq pour un litre de lait.

La constante radioactive du césium 137 est $\lambda = 2{,}3 \times 10^{-2}$ an^{-1}.

On considère que la radioactivité du lait de vache est due uniquement à la présence de césium 137.

Données :

Élément X	iode I	xénon Xe	césium Cs	baryum Ba
Z	53	54	55	56

1. **Préciser** ce qu'est la radioactivité β^-.
2. Écrire l'équation de désintégration du césium 137. On admet que le noyau fils n'est pas obtenu dans un état excité.
3. Combien de désintégrations par seconde se produit-il dans un litre de lait ?
4. **Déterminer** le nombre de noyaux radioactifs de césium 137 présents dans un litre de lait.
5. On prend comme origine des temps l'instant où on mesure l'activité d'un litre de lait de vache. **En déduire** au bout de combien de temps il ne restera plus que 1 % de cette activité.

LES CLÉS DE L'ÉNONCÉ

- L'**activité** est proportionnelle au nombre moyen de noyaux radioactifs présents dans un échantillon.
- Les **données** permettent d'écrire l'équation d'une réaction de désintégration.

LES VERBES D'ACTION

- **Préciser :** apporter une information nouvelle.
- **Déterminer :** mettre en œuvre une stratégie pour trouver un résultat.
- **En déduire :** intégrer la donnée précédente pour répondre.

EXEMPLE DE RÉDACTION

1. La radioactivité β^- est la désintégration spontanée d'un noyau instable qui se transforme en un autre noyau en libérant un électron.
2. ${}^{137}_{55}\text{Cs} \rightarrow {}^{137}_{56}\text{Ba} + {}^{0}_{-1}\text{e}$
3. Pour un litre de lait, $A = 0{,}22$ Bq, donc il se produit **0,22 désintégration** par seconde.
4. L'activité A est proportionnelle au nombre de noyaux radioactifs $N(t)$:

$$A(t) = \lambda \cdot N(t) \text{ donc } N(t) = \frac{A(t)}{\lambda} \text{ soit } N(t) = \frac{0{,}22}{7{,}3 \times 10^{-10}} = \mathbf{3{,}0 \times 10^8 \text{ noyaux.}}$$

5. $A(t) = A_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$ donc $\dfrac{A_0}{A(t)} = e^{\lambda \cdot t}$ et $\ln\left(\dfrac{A_0}{A(t)}\right) = \lambda \cdot t$ soit $t = \dfrac{\ln\left(\dfrac{A_0}{A(t)}\right)}{\lambda}$.

D'après l'énoncé, $\dfrac{A(t)}{A_0} = 1\ \%$ soit $\dfrac{A_0}{A(t)} = 100$, d'où $t = \dfrac{\ln(100)}{7{,}3 \times 10^{-10}}$ soit $\mathbf{t = 6{,}3 \times 10^9}$ **s.**

QUELQUES CONSEILS

2. L'équation doit respecter les lois de conservation de la charge électrique et du nombre de nucléons.
3. Se rappeler la définition du becquerel.
4. Penser à convertir la constante radioactive dans l'unité du Système international.

EXERCICE SIMILAIRE

26 Séisme californien

Avant le séisme qui a touché San Francisco (photo) en 1989, on a prélevé à proximité de la faille de San Andreas en Californie un échantillon de végétal enseveli lors d'un ancien séisme ; l'activité mesurée était alors $A = 0{,}223$ SI.

On admet que cette activité est due uniquement à la présence de ^{14}C.

Le carbone ^{14}C est un noyau radioactif émetteur β^-. Sa constante radioactive λ vaut $1{,}22 \times 10^{-4}$ an^{-1}.

Données :

- *Numéros atomiques :* $Z(\text{Be}) = 4$; $Z(\text{B}) = 5$; $Z(\text{C}) = 6$; $Z(\text{N}) = 7$; $Z(\text{O}) = 8$.

1. Écrire l'équation de la réaction nucléaire correspondant à la désintégration du carbone 14 en la justifiant. On admet que le noyau fils n'est pas obtenu dans un état excité.
2. Définir l'activité d'un échantillon radioactif et donner son unité dans le Système international.
3. L'activité A_0 d'un échantillon du même végétal vivant et de même masse est $A_0 = 0{,}255$ SI. On note t la durée écoulée entre l'instant $t_0 = 0$ s du séisme et la mesure. Déterminer cette durée.
4. En déduire la date approximative à laquelle s'est produit le séisme.

27 Datation isotopique

Les éléments radioactifs sont utilisés pour évaluer le temps. Selon la nature et la durée de vie de ces éléments, ils renseignent sur l'âge de l'Univers ou de la Terre, les processus géologiques et même l'histoire de l'humanité. On donne l'équation différentielle :
$\dfrac{dN(t)}{dt} = -\lambda \cdot N(t)$ où $N(t)$ est le nombre de noyaux radioactifs d'un échantillon à un instant de date t et N_0 le nombre de noyaux radioactifs à un instant pris comme origine des dates ($t_0 = 0$ s) pour ce même échantillon. λ est la constante radioactive.

1. **Établir** la loi de décroissance radioactive.
2. Donner la définition du temps de demi-vie d'un échantillon radioactif que l'on notera $t_{1/2}$.
3. **Préciser** l'allure de la courbe $N = f(t)$ et expliquer comment obtenir graphiquement la valeur de $t_{1/2}$.
4. **Déterminer** l'expression littérale du temps de demi-vie $t_{1/2}$ en fonction de la constante radioactive λ.
5. Le temps de demi-vie de l'isotope du carbone ^{14}C est $5{,}70 \times 10^3$ ans. **En déduire** la valeur de sa constante radioactive λ en an^{-1}.

LES CLÉS DE L'ÉNONCÉ

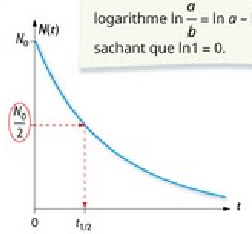
- L'**équation différentielle** est linéaire du premier ordre, à coefficients constants.
- N_0 est la **condition initiale** sur le nombre de noyaux.

LES VERBES D'ACTION

- **Établir :** donner l'expression en la justifiant.
- **Préciser :** apporter une information nouvelle.
- **Déterminer :** mettre en œuvre une stratégie pour trouver un résultat.
- **En déduire :** intégrer la donnée précédente pour répondre.

EXEMPLE DE RÉDACTION

1. La résolution de l'équation différentielle donne $N(t) = K \cdot e^{-\lambda \cdot t}$.
Comme à $t = 0$ s, on a $N(0) = N_0$, alors $K = N_0$ soit $\mathbf{N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}}$.
2. Le temps de demi-vie d'un échantillon radioactif est la durée au bout de laquelle la moitié des noyaux initialement présents se sont désintégrés.
3. $N = f(t)$ a une allure de courbe décroissante. On détermine graphiquement $t_{1/2}$ à partir de la valeur $\dfrac{N_0}{2}$.
4. Par définition, à $t = t_{1/2}$, on a $N(t_{1/2}) = \dfrac{N_0}{2}$.
En utilisant la loi de décroissance radioactive, on écrit : $N(t_{1/2}) = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t_{1/2}}$,
donc $N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t_{1/2}} = \dfrac{N_0}{2}$, d'où $-\lambda \cdot t_{1/2} = \ln\dfrac{1}{2}$ soit $-\lambda \cdot t_{1/2} = -\ln 2$ et $\mathbf{t_{1/2} = \dfrac{\ln 2}{\lambda}}$.
5. $t_{1/2} = \dfrac{\ln 2}{\lambda}$ donc $\lambda = \dfrac{\ln 2}{t_{1/2}} = \dfrac{\ln 2}{5{,}70 \times 10^3}$ soit $\mathbf{\lambda = 1{,}22 \times 10^{-4}}$ **an^{-1}**.



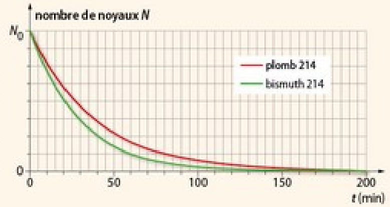
QUELQUES CONSEILS

3. Exploiter la définition donnée à la question précédente.
4. Utiliser la propriété du logarithme $\ln\dfrac{a}{b} = \ln a - \ln b$ sachant que $\ln 1 = 0$.

EXERCICE SIMILAIRE

28 Détection par un compteur de radioactivité

On dispose d'un aspirateur muni d'un filtre pour récupérer des poussières de l'air ambiant.
À l'aide d'un compteur Geiger-Müller, on mesure le niveau de radioactivité de ces poussières qui contiennent entre autres des noyaux radioactifs de plomb 214 et de bismuth 214.



1. À partir de l'équation différentielle $\dfrac{dN(t)}{dt} = -\lambda \cdot N(t)$, établir l'expression de l'évolution temporelle du nombre N de noyaux d'un échantillon radioactif.
2. Donner la définition de son temps de demi-vie $t_{1/2}$.
3. Comparer graphiquement les temps de demi-vie du plomb 214 et du bismuth 214.
4. Déterminer lequel des deux radioéléments possède la constante radioactive la plus grande.

CORRECTION Exercice 26	CORRECTION Exercice 28
26 1. ${}^{14}_{6}C \rightarrow {}^{14}_{7}N + {}^{0}_{-1}e$ 2. Le nombre de désintégrations par seconde, en Bq. 3. $t = 1{,}10 \times 10^3$ ans. 4. Environ en l'an 889.	**28** 1. $N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$. 2. Durée au bout de laquelle la moitié des noyaux initialement présents se sont désintégrés. 3. Plomb 214 : $t_{1/2} = 27$ min. Bismuth 214 : $t_{1/2} = 20$ min. $t_{1/2}$ (plomb) > $t_{1/2}$ (bismuth) . 4. $\lambda_{bismuth} > \lambda_{plomb}$.