TP 8 : Mouvement circulaire uniforme

TP INFO	**PREREQUIS**
Chapitre 11 **MOTS CLES:** Accélération – centrifugeuse – circulaire uniforme	- Définition du vecteur accélération d'un système modélisé par un point. - Déterminer une valeur de dérivée numériquement **OBJECTIFS** - Caractériser le vecteur accélération pour le mouvement circulaire uniforme - Représenter, à l'aide d'un langage de programmation, des vecteurs accélération d'un point lors d'un mouvement. - Réaliser et exploiter une vidéo pour déterminer les coordonnées du vecteur position en fonction du temps et en déduire les coordonnées approchées ou les représentations des vecteurs vitesse et accélération.

Introduction

Lors des missions spatiales, les astronautes subissent de fortes accélérations (on dit qu'ils prennent des « g ») surtout les des phases de décollage et d'atterrissage.

En 2008 lors de leur retour de la station spatiale internationale (ISS) le russe Yuri Malenchenko et l'astronaute américaine Peggy Whitson ont dû effectuer un retour sur une trajectoire balistique, plus « raide » que la normale. La variation de vitesse a été plus rapide. Selon Peggy Whitson l'accélération à encaisser a dépassé 8 fois la valeur de l'accélération de pesanteur : « 8g ».

A quelle vitesse doit tourner la centrifugeuse pour simuler l'accélération ressentie par Peggy Whitson ?

I. Documents

Document 1 : Centrifugeuse humaine

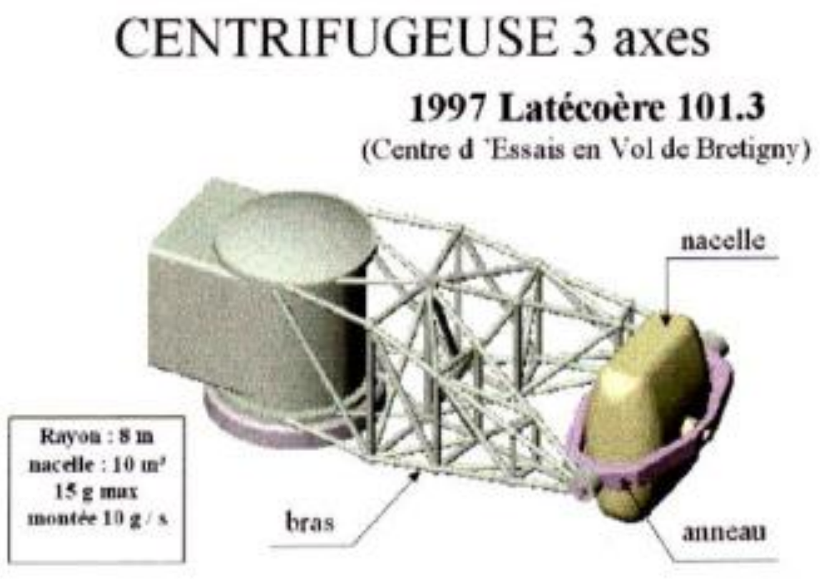


Figure 1 : Source ?

Une centrifugeuse humaine est un appareil utilisé pour simuler les fortes accélérations. Celles-ci pouvant aller jusqu'à 15g.

La cabine démarre sa rotation pour arriver à une vitesse v.

Données supplémentaires

- vitesse angulaire de rotation max
$\omega_{\text{max}} = 0{,}7$ tr/s

- accélération de la pesanteur
$g = 9{,}81$ m.s^{-2}

Document 2 : Modélisation

On modélise la cabine de la centrifugeuse par un point M situé à une distance R de l'axe de rotation.

On s'intéresse au mouvement s'effectuant à vitesse constante v, on ne tient pas compte de la phase de montée en vitesse.

Pour comprendre le mouvement de cette cabine nous allons étudier celui d'une marque fixée sur un rayon d'une roue de vélo de rayon $R_r = 29{,}0$ cm (entre la marque et l'axe de la roue)

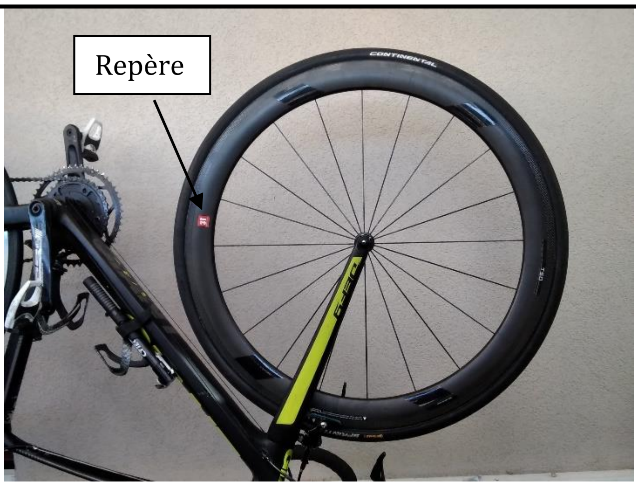


Figure 2 : Capture de la vidéo étudiée [1]

Document 3 : Rappels de cinématique et compléments

Vecteur accélération	Vitesse angulaire pour un mouvement circulaire	Norme d'un vecteur – Valeur de la grandeur (échelle 1 unité ↔ 1m/s)
$\vec{a} = \dfrac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}$	$\omega = \dfrac{v}{R}$ en rad.s^{-1}	$v = \lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$

Document 4 : Pointage vidéo avec Pymecavideo

Attention : Les résultats vont dépendre de la qualité du pointage, il faut être le plus précis possible.

Voir notice

Document 4 : Déterminer la valeur d'une dérivée numériquement

Coordonnées des vecteurs

Vecteur position $\overrightarrow{OM}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$; vecteur vitesse $\vec{v}\begin{pmatrix}v_x\\v_y\end{pmatrix}$; vecteur accélération $\vec{a}\begin{pmatrix}a_x\\a_y\end{pmatrix}$.

Pour une position $\mathrm{M_i}$ on peut calculer numériquement le vecteur vitesse en utilisant la méthode du point milieu :

$$\vec{v}_i = \frac{\overrightarrow{OM}_{i+1} - \overrightarrow{OM}_{i-1}}{2\Delta t} = \begin{pmatrix}\dfrac{x_{i+1} - x_{i-1}}{2\Delta t}\\ \dfrac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2\Delta t}\end{pmatrix}$$

De même pour le vecteur accélération :

$$\vec{a}_i = \frac{\vec{v}_{i+1} - \vec{v}_{i-1}}{2\Delta t} = \begin{pmatrix}\dfrac{v_{x_{i+1}} - v_{x_{i-1}}}{2\Delta t}\\ \dfrac{v_{y_{i+1}} - v_{y_{i-1}}}{2\Delta t}\end{pmatrix}$$

Δt représente la durée entre deux images. Il est automatiquement détecté avec *Pymécavidéo*.

Exemple en Python pour calculer la coordonnée du vecteur vitesse suivant x :

```
## calcul et affichage des vecteurs vitesses
Nx1=len(x1)
vx=np.array([(x1[i+1]-x1[i-1])/(2*dt) for i in range(1,Nx1-1)])
```

II. Travail demandé

1. Paramétrage

1. *Définir le système et le référentiel d'étude

Le système d'étude est {Roue de vélo}, modélisée par un point. On perd ici des informations, mais nous n'avons que des outils de mécanique du point et non de mécanique du solide.

2. *Faire un schéma de la situation, ajouter un repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, dont l'origine sera prise au niveau du centre de la roue.

3. *Quel est le type de mouvement étudié ici lorsque v est constante.

Le mouvement étudié est à priori circulaire uniforme.

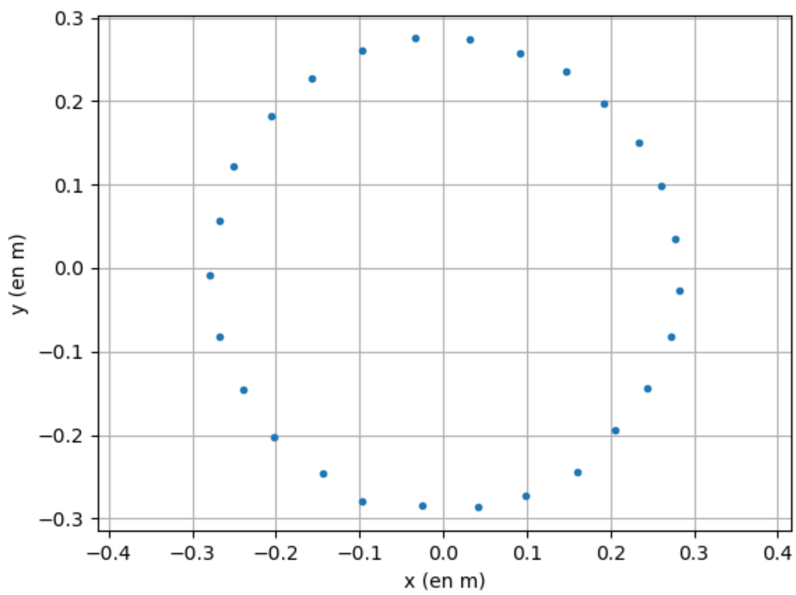
2. Pointage

A l'aide du logiciel *Pymécavidéo* et de la notice explicative :

4. Réaliser le pointage pour un tour de roue au maximum. Il faut au préalable réaliser l'étalonnage et le positionnement de l'origine.

Attention : De la qualité du pointage dépend toute la réussite du TP.

5. Extraire les données au format Python (python source). Ne rien cocher.
6. Lancer Pyzo et ouvrir le fichier enregistré, mettre un # devant la ligne 35.
7. Ligne 26 ajouter la commande `plt.axis('equal')` de façon à avoir la même échelle sur l'axe des abscisses et des ordonnées et enfin exécuter le script (ctrl+shift+E).



On obtient la trajectoire du point M.

3. Première analyse

8. Quels arguments peut-on donner pour montrer que le mouvement est bien circulaire uniforme ?

Les points semblent bien être à égale distance du centre, la trajectoire est circulaire. De plus on peut remarquer que la distance entre deux points successifs est quasiment la même, comme l'intervalle de temps entre deux photos est la même on peut donc dire que la vitesse est constante. Le mouvement est donc uniforme.

4. Vecteur vitesse

9. Dans la commande avec le # comment sont nommées les coordonnées du vecteur vitesse à afficher ?

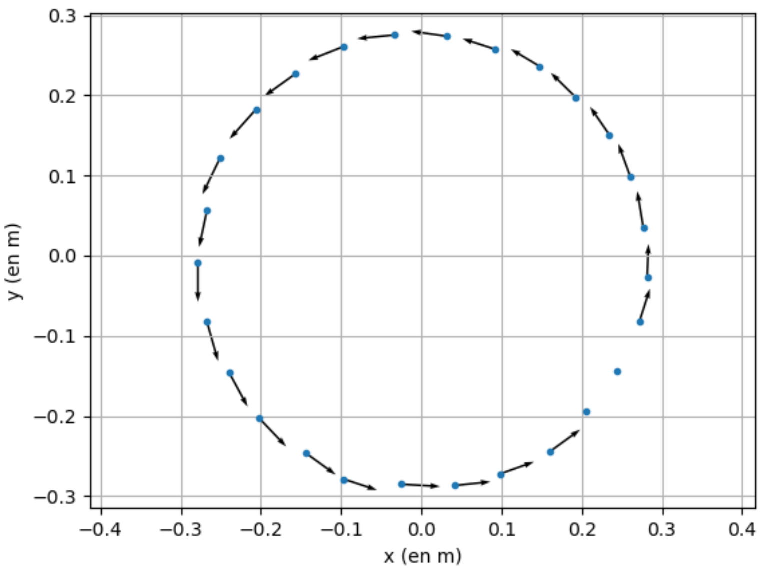
Les coordonnées du vecteur vitesse sont nommées vx et vy.

10. A l'aide du document 4 calculer les coordonnées du vecteur vitesse pour tous les points.

```
## calcul et affichage des vecteurs vitesses
Nx1=len(x1)
vx=np.array([(x1[i+1]-x1[i-1])/(2*dt) for i in range(1,Nx1-1)])

Ny1=len(y1)
vy=np.array([(y1[i+1]-y1[i-1])/(2*dt) for i in range(1,Ny1-1)])
```

11. Enlever le # mis en question 6 puis exécuter le programme.



12. Donner un autre argument sur l'aspect uniforme du mouvement.

La taille de la flèche représentant le vecteur vitesse semble être la même tout le temps ce qui confirme l'aspect uniforme du mouvement.

13. Expliquer la partie `x1[1:-1], y1[1:-1]` de la commande d'affichage du vecteur vitesse.

Les deux premiers arguments de la fonction sont l'abscisse et l'ordonnée du point de départ de la flèche représentant le vecteur vitesse. Or nous avons utilisé la méthode du point milieu, celle-ci utilise le point d'avant et celui d'après, elle n'est donc pas possible pour le premier et le dernier point. Les tableaux $x1$ et $y1$ ont deux valeurs de plus que les tableaux vx et vy.

5. Vecteur accélération

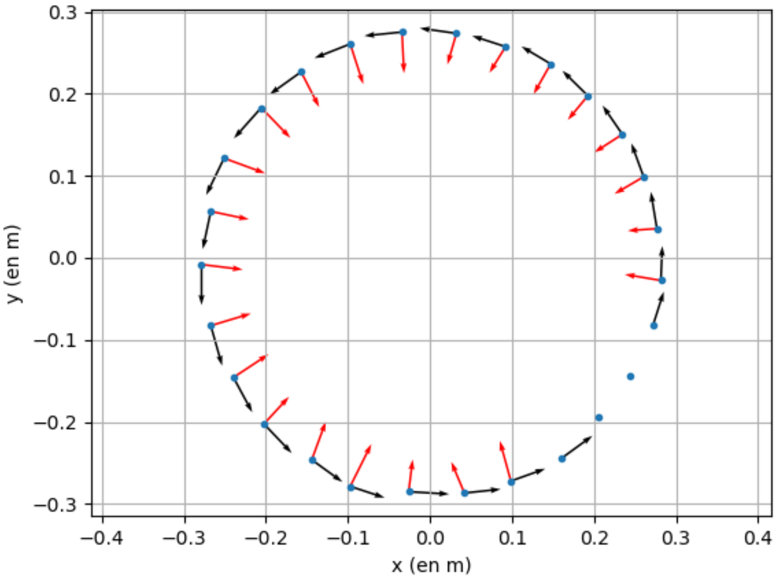
14. Dans la partie « Calcul et affichage du vecteur accélération » et à l'aide de ce qui a été fait sur le vecteur vitesse. Calculer les coordonnées du vecteur accélération puis l'afficher.

```
Nvx=len(vx)
ax=np.array([(vx[i+1]-vx[i-1])/(2*dt) for i in range(1,Nvx-1)])

Nvy=len(vy)
ay=np.array([(vy[i+1]-vy[i-1])/(2*dt) for i in range(1,Nvy-1)])


plt.quiver(x1[2:-2], y1[2:-2], ax, ay, scale_units = 'xy', angles = 'xy', width =
0.003,color='red')
```

15. Ajouter éventuellement la commande : color='red' pour afficher les vecteurs accélération en rouge.



16. Caractériser le vecteur accélération.

Le vecteur accélération est dirigé vers le centre, la direction n'est pas constante par contre la taille du vecteur accélération semble être identique, la valeur de l'accélération est constante.

17. Pourquoi peut-on dire que le système est soumis à une accélération centripète ?

Centripète signifie dirigée vers le centre de courbure de la trajectoire.

6. Conclusion

On peut montrer que la valeur de l'accélération lors d'un mouvement circulaire uniforme est donné par l'expression suivante :

$$a = \frac{v^2}{R}$$

18. Dans la centrifugeuse, caractériser l'accélération subie par les astronautes est vérifier que l'indication « 15g max » est correcte.

On utilise les données fournies dans les documents : $R = 8\text{ m},\ \omega_{\max} = 0{,}7\text{ tr/s}$.

Or $v = \omega R$, donc $v = 0{,}7\text{ tr.s}^{-1} \times 8\text{ m} = \frac{0{,}7\text{ tr.s}^{-1} \times 8\text{ m} \times 2\pi\text{ rad}}{1\text{ tr}} = 35\text{ m.s}^{-1}$.

On peut donc calculer la valeur de l'accélération par $a = \frac{v^2}{R}$, ce qui donne

$$a = \frac{\omega^2 R^2}{R} = \omega^2 R$$

Donc $a = \left(0{,}7\ \mathrm{tr.s^{-1}} \times \frac{2\pi\ \mathrm{rad}}{1\ \mathrm{tr}}\right)^2 \times 8\ \mathrm{m} = 155\ \mathrm{m.s^{-2}} = 15{,}7\ g$

L'accélération maximale de $15g$ annoncée semble correcte.

19. Caractériser le sens et la direction du vecteur accélération de l'accélération subie par les astronautes lors d'un décollage de fusée.

Lors d'un décollage le vecteur accélération est de sens vers le haut et de direction verticale.

20. Pourquoi est-ce que les tests sont faits en centrifugeuse ?

Peu importe le type de trajectoire l'essentiel est d'avoir une valeur d'accélération élevée pour simuler le décollage. C'est plus facile en laboratoire d'utiliser le mouvement circulaire uniforme.

On voit qu'on peut avoir un mouvement à vitesse constante et avoir une accélération, comme pour le mouvement circulaire uniforme. Pour avoir une accélération il faut que le vecteur vitesse varie, pas forcément en valeur. Il peut aussi varier en direction.

III. Pour aller plus loin

21. Ajouter à la fin du script des lignes de codes pour :
    a. Calculer la valeur de la vitesse pour tous les points. Fonction racine carrée : np.sqrt()
    b. Calculer la moyenne de ces valeurs. Fonction moyenne : np.mean() et l'afficher : print()
    c. Calculer la valeur de l'accélération pour tous les points.
    d. Calculer la moyenne de ces valeurs. Fonction moyenne : np.mean() et l'afficher : print()
    e. Comparer cette moyenne à la valeur obtenue en utilisant la formule $a = \frac{v^2}{R}$

```
#Pour aller plus loin

#vitesse
v=np.sqrt(vx**2+vy**2)
vmoy=np.mean(v)
print('La vitesse moyenne est : ',vmoy, 'm/s')

#accélération
a=np.sqrt(ax**2+ay**2)
amoy=np.mean(a)
print('L accélération moyenne est : ',amoy, 'm/s2')

#calcul accérélation formule
R=.29
aformule=vmoy**2/R
print('La valeur calcul de a est  : ', aformule, 'm/s2')

#en +++ incertitude sur la valeur de a moy
uamoy=np.std(a)/np.sqrt(len(a))

print('Incertitude de amoy',uamoy,'m/s2')

z=(amoy-aformule)/uamoy
print('z=',z)
```

```
La vitesse moyenne est :  1.8799365836222288 m/s
L accélération moyenne est :  12.787505976025582 m/s2
La valeur calcul de a est  :  12.186763994624888 m/s2
Incertitude de amoy 0.3413122797411547 m/s2
z= 1.7600948370691076
```

L'incertitude type est évaluée de type A en utilisant la formule donnée en fiche méthode. Comme la valeur retenue est la moyenne cette incertitude type se calcule avec :

$$u = \frac{s}{\sqrt{N}}$$

s étant l'écart type.
La valeur du z-score renvoyée est inférieure à 2 la valeur calculée et celle obtenue à partir de la formule sont compatible.

Références

[1] Physique Chimie Terminale Spécialité, Le Livre Scolaire, 2020.

[2] Physique chimie terminale Spécialité, Hachette, 2020.

[3] Physique Chimie Spécialité, Hatier , 2020.